

期权定价原理深度解析

——百度期权论坛下载 2 万份期权资料

一、为什么要进行期权定价？

期权交易最重要的是权利金价格。期权定价的过程，是根据影响期权价格的因素，通过适当的数学模型，去分析模拟期权价格的市场变动情况，最后获得合理理论价格的过程。由于期权交易中期权市场价格有时会偏离公允价格，无论是一般投资者还是做市商，都需要有自己的判断，利用模型获得较为合理的定价，交易所也需要发布理论上的合理价位供大家参考。

通过定价模型可以给出期权价格的风险指标，从而用于控制投资风险。期权定价模型主要是基于无套利均衡定价理论，基本思想是指如果市场上存在无风险的套利机会，那么市场处于不均衡状态，套利的力量会推动市场重新均衡，而套利机会消除后的均衡价格即是市场的真实价格。

期权定价模型需要的主要参量有标的物价格，行权价格，标的物价格的波动率，期权合约的到期时间，无风险利率。这些参量是影响期权价格的主要因素。

二、看涨与看跌期权定价原理介绍

1、看涨期权定价原理

权利金=内涵价值+时间价值

内涵价值取决于标的物价格与执行价格，这是确定的；时间价值取决于剩余时间，利率，波动率等因素，是不确定的；为期权定价，主要是研究期权的时间价值。

我们定义下面的符号：

- S:表示标的价格；
- X:表示期权的执行价格；
- C:表示看涨期权的价格；
- P:表示看跌期权的价格；
- T:表示期权到期日。

看涨期权权利金上限： $C \leq S$

如果 $C \geq S$ ，则若看涨期权到期作废，其买方的损失将超过直接购买标的物的损失，这便失去了期权投资的意义。投资者便不如直接购买标的物，损失更小而成本更低。所以权利金不应该高于标的物的市场价格。即通过期权方式取得标的物存在的潜在损失不应该高于直接从市场上购买标的物所产生的最大损失。

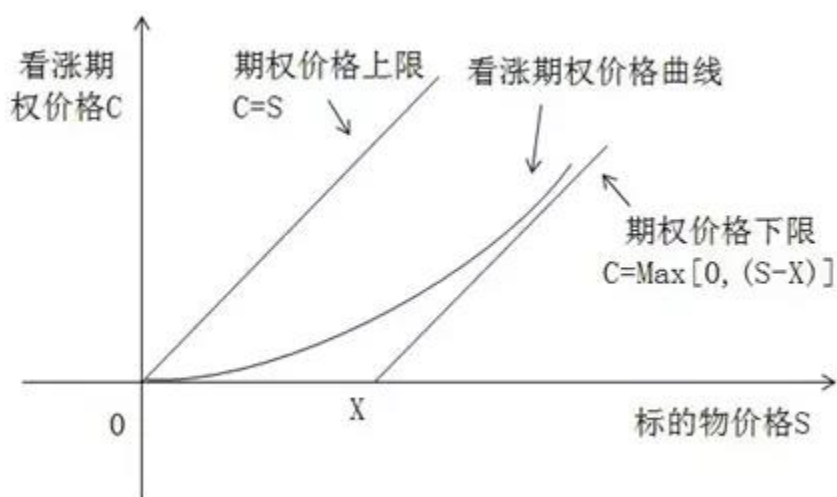
看涨期权价格下限： $C = \max[0, (S-X)]$

证明：期权未到期时是含有时间价值的，所以期权权利金的下限一定出现在到期日 T，此时没有时间价值

如果在到期日 T, 标的物价格 $S \leq$ 执行价格 X, 那么以执行价格行使看涨期权没有价值, 即 $C=0$;

如果在到期日 T, 标的物价格 $S \geq$ 执行价格 X, 那么以执行价格行使看涨期权价值就等于标的物与期权执行价格的差, 即 $C=S-X$ 。

综上, 看涨期权在到期日的价值, 也就是看涨期权的价格下限可以表示为:
 $C=\text{Max}[0, (S-X)]$



2、看跌期权定价原理

看跌期权权利金上限: $P \leq X$

如果 $P > X$, 则若看跌期权到期行权, 看跌期权多头头寸在执行价格 X 处转化为标的物空头, 此时理论上的最大盈利 (标的物价格跌至零) 为 X, 没有弥补权利金 P 的损失, 失去了投资期权的意义, 所以看跌期权权利金上限为执行价格 X

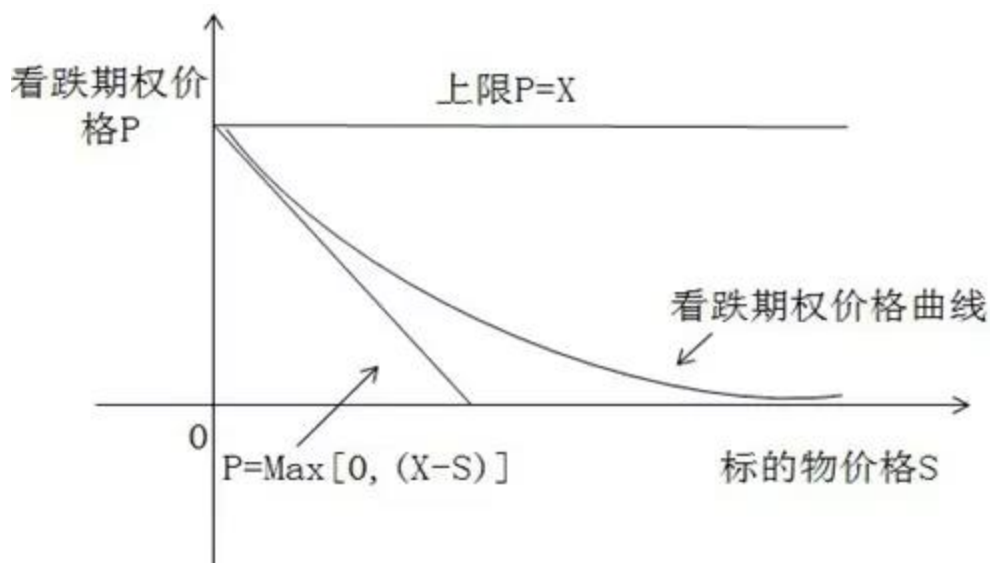
看跌期权价格下限: $P=\text{Max}[0, (X-S)]$

证明: 期权未到期时是含有时间价值的, 所以期权权利金的下限一定出现在到期日 T, 此时没有时间价值

如果在到期日 T, 标的物价格高于期权的执行价格, 那么, 以执行价格行使看跌期权就没有价值, 即 $P=0$;

如果在到期日 T, 标的物价格低于期权的执行价格, 那么, 以执行价格行使看跌期权, 价值就等于执行价格与标的物价格的差, 即 $P=X-S$ 。

综上, 看跌期权在到期日的价值, 也就是看跌期权的价格下限可以表示为:
 $P=\text{Max}[0, (X-S)]$



三、二叉树期权定价模型

二叉树期权定价模型是常用的期权定价模型之一，该模型由约翰·考克斯(John C. COX)、罗斯(S. A. Ross)以及马克·鲁宾斯坦因(Mark Rubinstein)在1979年提出。

二叉树模型是标的资产价格的变化只存在两种可能性，也就是说标的资产的价格只存在两种可能的新价格。

二叉树模型可以用来对典型的不支付红利的欧式期权定价，也可将模型修改后对美式期权及支付红利期权定价。

二叉树期权定价模型假设条件：

- 交易成本与税收为零
- 投资者可以以无风险利率借入或贷出资金
- 市场无风险利率为常数
- 股票的波动率为常数
- 不支付股票红利

模型中使用的符号假定：

- S：期权标的资产的即期价格
- X：期权执行价格
- T：期权的到期时间
- ：在T时刻标的资产的价格
- σ ：期权标的资产价格波动的标准差
- r：在T时刻到期的投资的无风险利率 ($r > 0$)
- c：看涨期权的价格
- p：看跌期权的价格

1、一阶段二叉树模型

一阶段的含义

标的资产的价格变化从一个给定的价格开始，在期权到期时价格变化为一个新的价格。在这里我们定义一个阶段后，标的资产价格上升至或者下降至，并且期权是欧式期权，也就是期权只有到期时才能行权。

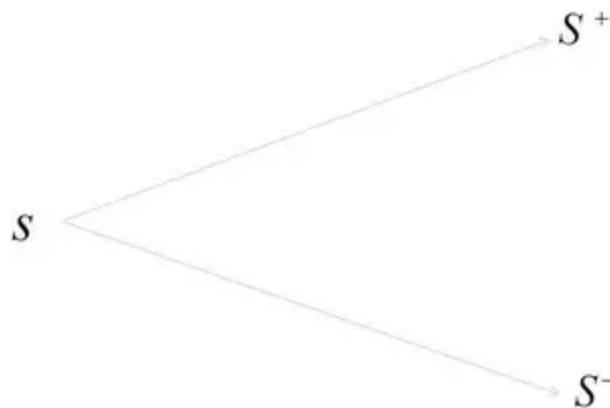
一阶段二叉树模型构造

我们首先构造一个看涨期权，假设标的资产价格上升至，那么看涨期权的价值为，同样标的资产价格下降至时，期权的价值为。我们知道当期权到期时，它的价值就是其内涵价值，所以：

$$c^+ = \text{Max}(0, S^+ - X)$$

$$c^- = \text{Max}(0, S^- - X)$$

一阶段二叉树模型



现在我们定义标的资产价格的变化，我们定义两个参数，u 表示标的资产价格上升，d 表示资产价格下降：

$$u = \frac{S^+}{S} \quad d = \frac{S^-}{S}$$

构造一个无风险对冲组合，这个投资组合由标的资产和一份卖出的看涨期权组成。此时我们买入 n 数量的标的资产，该投资组合的价值为 H，这里 $H = nS - c$ ，这反映了我们拥有数量的价格为 S 的标的资产，同时我们卖出一份看涨期权。一阶段后该投资组合的价值为 H^+ 或者 H^- ：

$$H^+ = nS^+ - c^+ \quad H^- = nS^- - c^-$$

由于该组合为无风险的对冲组合，所以无论标的资产价格如何变动，组合的价值都是不变的，它们都是按照无风险利率增长，因此

$$H^+ = H^- = nS^+ - c^+ = nS^- - c^- = H(1+r)$$

最终我们得到：

$$c = \frac{\pi c^+ + (1 - \pi) c^-}{1 + r}$$

其中：

$$\pi = \frac{1+r-d}{u-d}$$

我们发现期权的即期价格为两种可能期权价格和的加权平均值,权重分别为 π 和 $1-\pi$ 。这个加权平均值然后再以无风险利率 r 进行一个阶段的折现。 π 和 $1-\pi$ 实际上为风险中性概率,以上定价过程也称为风险中性定价。

同理可以得到一阶段看跌期权的公式:

$$p = \frac{\pi p^+ + (1-\pi)p^-}{1+r}$$

2、二阶段二叉树模型

一阶段二叉树模型中,资产价格变化只有两个结果,我们现在延伸模型至更加现实的情况,即资产价格变化多于两个结果,从而衍生出二阶段,三阶段等二叉树模型,但基本方法和一阶段并无区别,在此我们不在赘述。

四、B-S 期权定价模型

B-S 期权定价模型,即 Black-Scholes-Merton 期权定价模型(Black-Scholes-Merton Option Pricing Model),翻译为布莱克-斯科尔斯期权定价模型。为包括股票、债券、货币、商品在内的新兴衍生金融市场的各种以市价价格变动定价的衍生金融工具的合理定价奠定了基础。

1、布莱克-斯科尔斯期权定价方法的基本思想

期权价格及其所依赖的标的资产价格都受同一种不确定因素影响,他们假设的资本价格遵循随机过程,其中为布朗运动,代表一种随机扰动。通过构造一个包含恰当的期权头寸和标的资产头寸的资产组合,可以消除这个不确定因素,标的资产头寸与衍生资产头寸的盈亏可以相互抵消,这样构造的资产组合为无风险的资产组合(否则有套利机会产生),在不存在无风险套利的情况下,该资产组合收益率应该等于无风险利率。

2、布莱克-斯科尔斯有一系列的假设条件

股票价格服从对数正态概率分布,股票预期收益率与价格波动率为常数
无风险利率是已知的并且保持不变
期权有效期内没有红利支付
不存在无风险套利机会
证券交易为连续进行
投资者能够以同样的无风险利率借入和借出资金
没有交易成本与税收,所有证券均可无限可分

3、布莱克-斯科尔斯期权基本定价公式

在以上假设的基础上,布莱克-斯科尔斯给出以下公式:

这里

$$\begin{aligned}c &= SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \\p &= Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1) \\d_1 &= \frac{\ln(S/X) + [r + (\sigma^2/2)]T}{\sigma\sqrt{T}} \\d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{T}\end{aligned}$$

$N(d_1)$, $N(d_2)$ 表示标准正态概率分布值，具体的值可以查正态概率分布表。在公式中，期权价值决定于五个变量：标的资产的即期价格 S ，期权执行价格 X ，无风险利率 r ，期权到期时间 T ，标的资产的价格的标准差（通常称为波动率） σ 。

从理论上说，布莱克-斯科尔斯期权定价公式只有在利率 r 为常数时才正确。实践中，公式中采用的利率 r 等于期限为 T 的无风险利率。

4、布莱克-斯科尔斯模型的优越性

首先，模型中包含的变量均是可以观察或者是估计的；

其次，模型体现的创新思想是期权价格与标的资产的期望收益无关，即风险中性定价。期权价格不依赖于投资者的风险偏好，简化了期权的定价。

布莱克-斯科尔斯定价理论近 40 年来获得了巨大发展，应用于除股票外的其他衍生工具期权定价，包括相应的计算公式、相同的方法被应用到货币期权、期货期权、利率期权等领域。