上交所期权策略高级顾问培训

上海证券交易所

第三讲

期权平价公式与无风险套利

——平价套利、箱体套利与凸性套利

目录

目录

期权平价公式

- 期权平价公式是指同一标的证券、同一到期日、同一行权价的欧式认购期权（C）、认沽期权（P）及标的证券价格（S）之间存在如下关系：

$$C+K\,e^{-rT}=P+S$$

说明：

✓ C表示认购期权价格，P为认沽期权价格，S为标的证券价格，K为行权价，r表示市场无风险利率

✓ 这个期权平价公式只适用于**标的证券不分红的欧式期权**

期权平价公式推导：基本思想

核心假设！

无套利机会

复制资产

若衍生品的市场价格偏离了合理价格且能覆盖交易成本，会有人买入被低估资产、卖出被高估资产进行套利，使得价格回归均衡

用一组资产复制另一组资产，使得两组资产在期初和期末现金流相同

期权平价公式推导：两个资产组合

T_0 时刻

组合一价值	行权价K、期权为T的欧式认购**C**	✚	T时收益为**K**的零息债券[1]
	C	$+$	$K\ e^{-rT}$
组合二价值	行权价K、期权为T的欧式期权**P**	✚	标的资产**S**
	P	$+$	S

备注1：零息债券是不派息的债券，投资者以低于面值的价格购买，在到期时收取面值。

期权平价公式推导：上涨情形

T 时刻：S_t > K，认购行权，认沽不行权

组合一价值

行权价K、期权为T的欧式认购**C** ＋ 益为**K**的 息债券[1]

＋ K

价值相等，均为S_T

组合二价值

K、期权为T的欧式期权**P** ＋ 标的资产**S**

0 ＋ S_t

期权平价公式推导：下跌情形

T 时刻：$S_t < K$，认购不行权，认沽行权

组合一价值

行权价K、期权

为T的欧式认购C

➕

收益为K的

零息债券[1]

+ K

价值相等，均为K

组合二价值

K、期权

为T的欧式期权P

➕

标的资产S

$K - S_t$ + S_t

期权平价公式推导：结论

两个组合中的期权为欧式，不能提前行权。两个组合在T时刻收益相同，那么在T_0也必须有相同的价值，否则就可以套利，因此可以得到：

组合一 = **组合二**

$$C + K e^{-rT} = P + S$$

期权平价公式衍生：合成股票&合成期权

$$C+K\,e^{-rT}=P+S$$

- 有了期权平价公式，我们既可以有期权来合成股票，也可以用股票和期权来合成期权

合成股票多头=买入认购期权+卖出认沽期权

合成股票空头=卖出认购期权+买入认沽期权

合成认购期权多头=买入股票+买入认沽期权

合成认购期权空头=卖空股票+卖出认沽期权

合成认沽期权多头=买入认购期权+卖空股票

合成认沽期权空头=卖出认购期权+买入股票

目录

无风险套利分类

平价套利

- 基于平价公式的期现套利：到期日、行权价格相同的一对认购期权与认沽期权所隐含的无套利远期价格与 50ETF 的无套利远期价格存在差异

箱体套利

- 相同到期日、不同行权价格的多组配对期权的瞬时交易价格所隐含的50ETF无套利远期价格之间存在差异

凸性套利

- 基于不同行权价格的期权价格之间的凸性不等式关系

无风险套利分类——平价套利

期权平价公式： $C+K\,e^{-rT}=P+S$

理论上，对于同一行权价、同一到期日的欧式认购、认沽期权，只要不满足上式就存在无风险的平价套利机会

实际上，存在交易手续费、冲击成本等，所以……

⇩

$C+K\,e^{-rT}>P+S+$交易成本

$C+K\,e^{-rT}+$交易成本$<P+S$

存在正向平价套利机会

存在反向平价套利机会

无风险套利分类——平价套利

操作方法： 买低卖高

1. 具体如何开仓？

C+K e^{-rT}>P+S+交易成本

左边高，右边低：
卖出认购，买入认沽，买入现货

C+K e^{-rT}+交易成本<P+S

左边低，右边高：
买入认购，卖出认沽，卖出现货

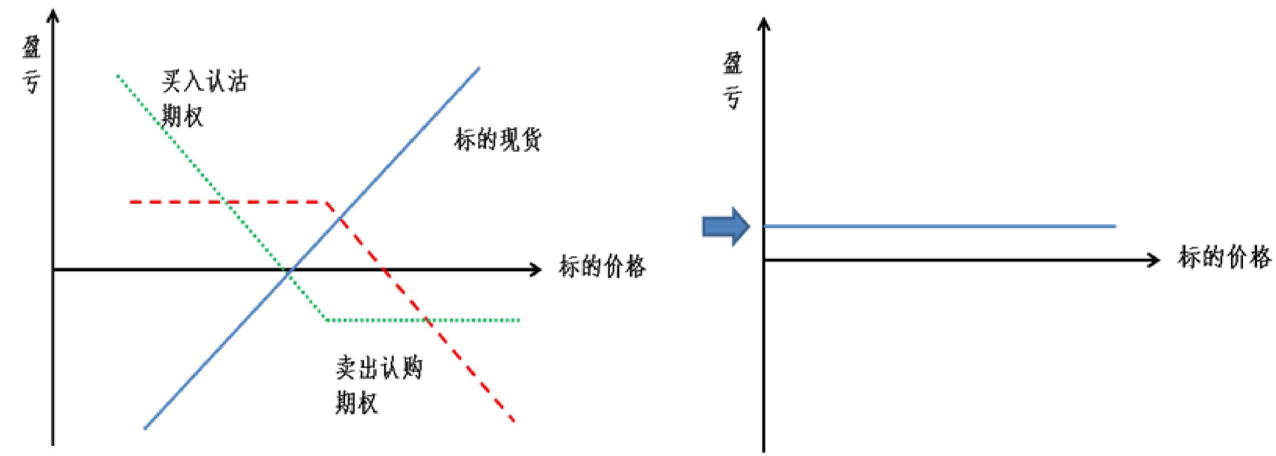
2. 何时平仓？

——持有到期行权

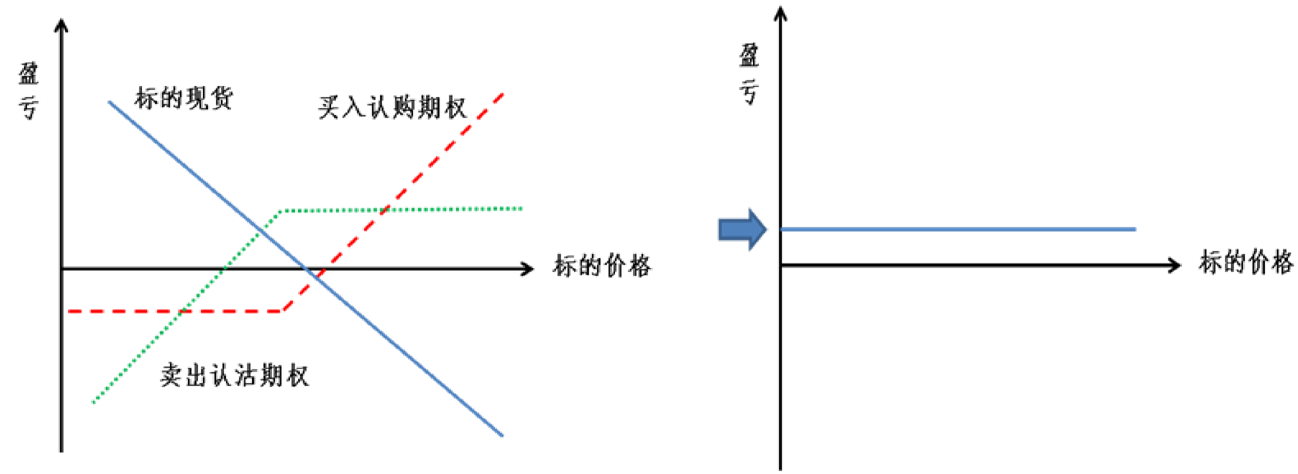
备注：1. 一般地，交易成本可设定为一个较大值以降低套利风险；
2. 这里的e^{-rT}是贴现因子，考虑了资金占用的时间成本

无风险套利分类——平价套利

正向平价套利盈亏图



反向平价套利盈亏图



正向平价套利案例解析

- **2015 年 3 月 25 日 09:31:09的实时盘口数据：**

合约简称	卖一价	买一价
50ETF	2.623	2.622
50ETF购3月2700	0.0006	0.0004
50ETF沽3月2700	0.0666	0.0614

假设交易成本为50元

$C+K\ e^{-rT}>P+S+$交易成本

27004=4+27000>666+26230+50=26946

存在正向平价套利机会，买低卖高！

上海證券交易所 SHANGHAI STOCK EXCHANGE

正向平价套利案例解析

2015 年 3 月 25 日 09:31:09 开仓

- 买入 10000 份 50ETF，花费 26230元
- 买入 1张认沽期权“50ETF沽3月2700”，付出权利金666元
- 卖出 1张认购期权“50ETF购3月2700”，收入权利金4元

开仓净支出：26230+666-4=26892元

当日任意时刻提出行权

- 50ETF收盘价2.604元，低于2.7元
- 认沽期权实值，行权卖出50ETF，收入27000元
- 认购期权为虚值，不被行权

假如50ETF收盘价高于2.7元

- 认沽期权虚值，不行权
- 认购期权实值，被行权，卖出50ETF，收入27000元

行权净收入：27000元

扣除手续费50元，净赚58元

无风险套利分类——平价套利

- 除了到期行权实现套利收益外，还可以在价格重新满足平价公式时进行平仓获利，该方法对时效性要求非常高，通常需要借助程序化交易工具。

- 反向平价套利需要卖出现货，如果手里没有现货，就等同于做空现货，这个成本相对比较高，而且实际操作很难实现，一般可用期货替代现货实现反向套利。

平价套利例题

例题：某只股票当前价格为17元，以该股票为标的、行权价格为15元的认购期权价格为2.5元，其他条件相同的认沽期权价格为1元。不考虑无风险利率，根据期权平价公式，无风险套利可盈利约（ ）元。

A、2　　B、1.5　　C、1　　D、0.5

答案：D

根据期权平价公式：$C+K\,e^{-rT}=P+S$，在不考虑无风险利率的情况下可简化为

$C+K=P+S$

套利空间=17+1-15-2.5=0.5

目录

箱体套利：策略原理

- **策略原理**

箱体套利的机会来源于相同到期日、不同行权价格的多组配对期权的瞬时交易价格所隐含的 多个 50ETF 无套利远期价格之间的差异足够大（足够覆盖交易成本并达到投资人收益预期）。

现价	行权价	现价
0.1742	2.3500	0.0275
0.1350	2.4000	0.0412
0.1050	2.4500	0.0578
0.0817	2.5000	0.0789
0.0620	2.5500	0.1094

正向箱体套利：触发条件

- 如果低行权价配对期权所隐含的无套利远期价格明显低于高行权价的配对期权所隐含的无套利远期价格。我们可以“买入开仓低行权价的认购期权”＋“卖出开仓低行权价的认沽期权”合成 50ETF 的远期多头；“卖出开仓高行权价的认购期权”＋“买入开仓高行权价的认沽期权”合成 50ETF 的远期空头。

触发不等式：

(- C1 + P1+C2 - P2)*exp(rT) - K1 + K2 - all cost>0

正向箱体套利：构建方法

✓ 正向箱体套利

- 箱体套利的机会来源于相同到期日、不同行权价格的多组配对期权的瞬时交易价格所隐含的多个50ETF无套利远期价格之间的差异足够大

<u>正向箱体套利</u>：触发不等式 **$(-C1+P1+C2-P2)*e^{rT}-K1+K2-$交易成本$>0$**

买入低行权价认购期权 + 卖出低行权价认沽期权 + 买入高行权价认沽期权 + 卖出高行权价认购期权 = 正向箱体套利组合

$\underbrace{\text{买入低行权价认购期权} + \text{卖出低行权价认沽期权}}_{\text{低行权价50ETF远期多头}}$

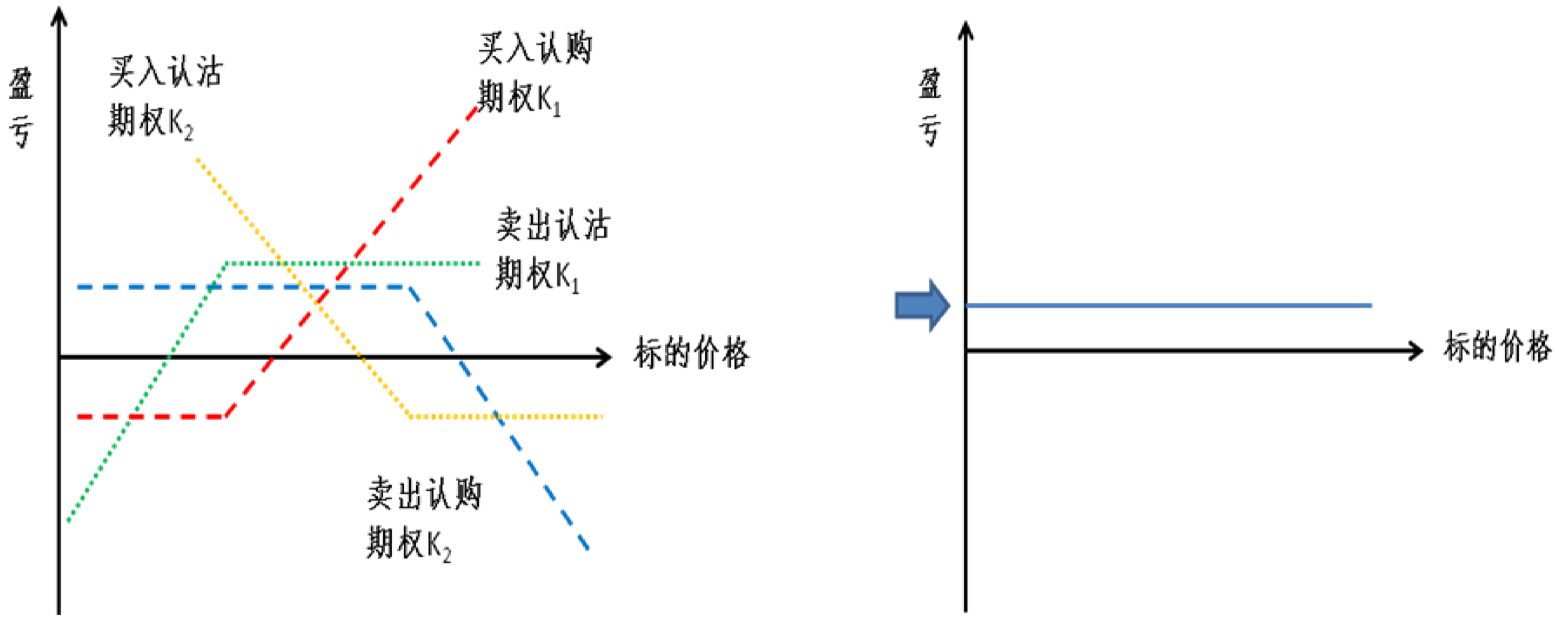
$\underbrace{\text{买入高行权价认沽期权} + \text{卖出高行权价认购期权}}_{\text{高行权价50ETF远期空头}}$

无风险套利分类——箱体套利

构建组合（$K_1 < K_2$）	组合期初现金流	组合到期时现金流		
		$S_t > K_2$	$S_t < K_1$	$K_1 < S_t < K_2$
买入行权价格为K_1的认购期权	$-C_1$	认购期权为实值行权以K_1买入现货	认购期权为虚值，不行权	认购期权为实值，行权以K_1买入现货
卖出行权价格为K_2的认购期权	C_2	认购期权为实值被行权，卖出现货，获得资金K_2	认购期权为虚值，理论上不会被行权	认购期权为虚值，理论上不会被行权
买入行权价格为K_2的认沽期权	$-P_2$	认沽期权为虚值不行权	认沽期权为实值，行权以K_2卖出现货获得资金K_2	认沽期权为实值，行权以K_2卖出现货获得资金K_2
卖出行权价格为K_1的认沽期权	P_1	认沽期权为虚值理论上不会被行权	认沽期权为实值，被行权，以K_1买入现货	认沽期权为虚值，理论上不会被行权
合计	$C_2-C_1+P_1-P_2$	K_2-K_1	K_2-K_1	K_2-K_1
组合到期收益	$K_2-K_1+(C_2-C_1+P_1-P_2)e^{rT}$			

无风险套利分类——箱体套利

正向箱体套利盈亏图



目录

无风险套利分类——凸性套利

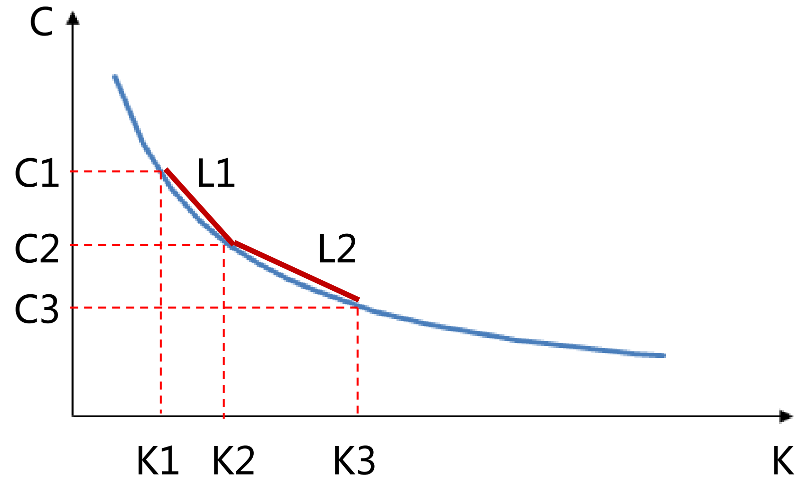
- **先看一个概念：凸函数（convex）**

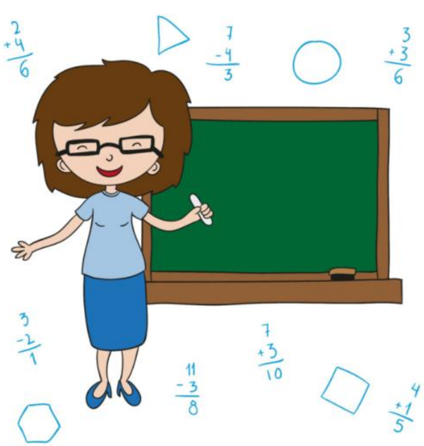
  右图为凸函数，

  其中|L1的斜率|>|L2的斜率|

✓ |L1的斜率|=(C1-C2)/(K2-K1)

✓ |L2的斜率|=(C2-C3)/(K3-K2)





(C1-C2)/(K2-K1)>(C2-C3)/(K3-K2)

假设λ=(K2-K1)/(K3-K1)，其中K1<K2<K3

上式简化为:C2<(1- λ)C1+ λC3
认沽期权一样：P2<(1- λ)P1+ λP3

无风险套利分类——凸性套利

- **欧式认购期权和认沽期权的价格C是关于行权价K的凸函数，所以需满足凸函数的特性：**

$$(1-\lambda)C1+\lambda C3>C2$$

其中$\lambda=(K2-K1)/(K3-K1)$，$K1<K2<K3$

✓ C1、C2、C3分别表示行权价为K1、K2、K3的相同类型（同为认购或认沽）、相同到期日的期权价格

✓ 如果上式不成立，即$(1-\lambda)C1+\lambda C3\leq C2$，则存在凸性套利机会，由于存在交易成本，通常需要$(1-\lambda)C1+\lambda C3+$交易成本$\leq C2$时，凸性套利才具有可行。

✓ 认沽期权亦同。

无风险套利分类——凸性套利

- **凸性套利的操作方法：买低卖高**

1. 具体如何开仓？

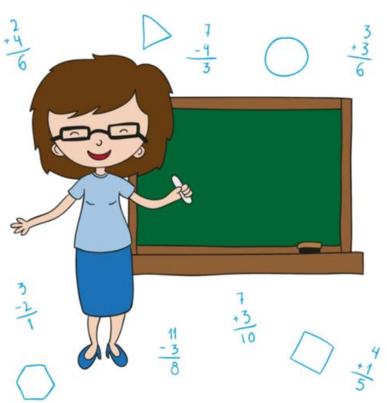
如果 **$(1-\lambda)C1+\lambda C3+$交易成本$\leq C2$**

买入$(1-\lambda)$份期权C1
买入λ份期权C3
卖出1份期权C2

期权类型相同、到期日相同

2. 何时平仓？

✓ 持有到期行权
✓ 价格满足凸性特征时平仓



凸性套利例题

例题：行权价格20的认购期权6元，行权价格30的认购期权1.5元，不考虑交易费用，行权价格25的认购期权在以下哪些价格时有无风险套利机会？（　　）（不计交易费用）

A、3.0　　B、3.3　　C、3.7　　D、3.9

答案：D

$\lambda = (K2-K1)/(K3-K1)=5/10=0.5$

$0.5*6+0.5*1.5 \geq C2$

所以$C2 \leq 3.75$时不存在套利机会，只有$C2>3.75$时才有凸性套利的机会

小结

基本逻辑：市场上的期权价格之间有着内在的逻辑关系式，当价格发生较大偏差，偏差大于了所有交易成本，就属于一个无风险套利机会。

流动性：应该十分注意各相关头寸的流动性，下单顺序可以以流动性从弱到强的顺序。还需要密切关注冲击成本和盘口可容资金规模

保证金：有义务仓时需要在衍生品保证金账户中存放充足的资金，以避免中途被强行平仓的风险。

套利系统：无风险套利机会是转瞬即逝的。建立高效快速的套利实时监控系统和自动下单系统是盈利的必要条件。

免责声明

本资料介绍期权知识及策略应用，仅为投资者教育之目的，不构成对投资者的任何投资建议。投资者不应当以该等信息取代其独立判断或仅依据该等信息做出投资决策。对于投资者依据本资料进行投资所造成的一切损失，上海证券交易所不承担任何责任。

谢 谢！