

## 齐鲁期权专题：

### 平价关系套利、波动率及价格影响因素

齐鲁金融工程研究小组

分析师

夏雪峰

021-20315183

xiaxf@qlzq.com.cn

S0740511070003

2015年2月10日

联系人

李和瑞

021-20315135

lihr@r.qlzq.com.cn

#### 投资要点

- 对于同一标的，到期日和执行价格相同的认购期权和认沽期权，价格存在平价关系： $C+S*\exp(-rT)=P+S_0$ 。当期权价格不满足此关系时，将会产生套利机会。例如：考虑同为3月份到期的认购期权和认沽期权，已知2015.2.6上证50ETF的市场价格为2.291元，无风险利率为2.75%，两期权的行权价格为2.3元，认购期权的价格为0.1225元。如果认沽期权的价格高于这个值，采用如下套利策略：持有买入期权，卖出卖出期权，卖空证券。最终不管到期日的市场价格如何，最终都将获得1.8557元的收益而不冒任何风险。如果认购期权的价格低于这个值，采用如下套利策略：卖出买入期权，持有卖出期权，买入证券。最终也将产生正的收益而不冒任何风险。
- 假定期权价格服从对数正态分布和几何布朗运动，可以计算期权价格的历史波动率及得出BS期权定价。通过BS期权定价，可以得到期权价格的隐含波动率，通过比较历史波动率和隐含波动率，可判断未来期权价格的波动情况和走势。
- 期权价格的影响因素：证券市场价格，行权价格，到期期限，无风险收益率，波动率，有无分红，分析他们对期权价格的影响方向。最终的结论为：证券的市场价格对认购期权有正向作用，对认沽期权有反向作用。行权价格对认购期权有反向作用，对认沽期权有正向作用。到期期限对期权价格一般无影响，但如果考虑证券在持有期内分红，对认购期权有反向作用，对认沽期权有正向作用。波动率对认购期权及认沽期权均具有正向作用。
- 期权合约的合约解读、理论交易策略、对市场的影响、场景模拟学习期权等方面。请参阅报告《迎接期权新时代：上能入天，下不“遁”地》，《期权时代倒计时：场景模拟一目了然》。
- 后续研究。在期权推出之初及具体的实施过程中，我们将设计具体的股票与期权，期权与期权，期权与期货等交叉策略，实现投资者收益上能如天，下“不”遁地的愿景，敬请关注。

## 内容目录

期权平价关系及套利 .....	- 3 -
<b>BS 期权定价</b> .....	- 3 -
前提假设：对数正态分布和几何布朗运动，定价对隐含波动率的估计 .....	- 3 -
<b>期权价格的影响因素</b> .....	- 4 -
市场价格，行权价格，到期期限，无风险收益率，价格波动，有无分红 ...	- 4 -
<b>风险提示</b> .....	- 6 -

## 图表目录

图表 1：不同因素的变化对期权价格的影响情况 .....	- 5 -
------------------------------	-------

## 期权平价关系及套利

- 当平价关系不满足时可以套利。同一标的证券的到期日相同，行权价格相同的认购期权和认沽期权存在下列平价关系：

$$C + S_X e^{-rT} = P + S_0$$

**原因与逻辑：**构造以下两个投资组合：

组合 a：买入一份认购期权，以总值进行无风险投资；

组合 b：买入一份认沽期权，持有一份证券；

在期初，组合 a 的现金流为： $C + S_X e^{-rT}$ ，组合 b 的现金流为： $P + S_0$ 。

在期末，对于组合 a，如果  $S_T > S_X$ ，投资者执行期权后再卖出证券，现金流为： $S_T - S_X + S_X = S_T$ 。如果  $S_T < S_X$ ，不执行期权，现金流为： $S_X$ 。这样组合 a 期末的现金流为： $\max\{S_T, S_X\}$ 。

对于组合 b，如果  $S_T > S_X$ ，则不执行期权，现金流为  $S_T$ 。如果  $S_T < S_X$ ，则卖出证券，并执行期权，现金流为： $S_T + S_X - S_T = S_X$ 。这样组合 b 期末的现金流为： $\max\{S_T, S_X\}$ 。

因而，在期末，组合 a 和组合 b 到期日的现金流相同，那么在期初的现金流也必定相同。

**当期权价格不满足时，会产生套利机会。**

例如：考虑同为 3 月份到期的认购期权和认沽期权，已知 2015.2.6 上证 50ETF 的市场价格为 2.291 元，无风险利率为 2.75%，两期权的行权价格为 2.3 元，认购期权的价格为 0.1225 元。根据上述平价关系，认沽期权的价格为：

$$P = C + S_X e^{-rT} - S_0 = (0.1225 + 2.3 * e^{-\frac{28}{250} * 0.0275} - 2.291) = 0.1244 \text{元。}$$

如果认沽期权的价格高于这个值，设  $P=2$  元，这时候可采用如下套利策略：持有买入期权，卖出卖出期权，卖空证券。该策略在期初所获取现金流为： $P = C + S_0 - C = 2 + 2.291 - 0.1225 = 4.1685$ 元。再把此现金

投资于无风险资产，到期末本息和： $4.1685 * e^{-\frac{28}{250} * 0.0275} = 4.1557$ 元。

在到期日，如果  $S_T > S_X$ ，则持有者执行认购期权，以行权价格买入证券以清算卖空的证券，而认沽期权不执行。如果  $S_T < S_X$ ，持有者不执行认购期权，执行认沽期权，并用此证券清算卖空的证券。总之，不管何种情况，最终收益均为： $4.1557 - 2.3 = 1.8557$ 元，而不冒任何风险。

如果认沽期权的价格低于这个值，可以采用：卖出买入期权，持有卖出期权，买入证券的投资组合，最终也将产生正的收益而不冒任何风险

## BS 期权定价

**前提假设：对数正态分布和几何布朗运动，定价对隐含波动率的估计**

- 两条假设：（1）资产的价格服从对数正态分布；（2）资产价格遵从几何布朗运动。

由假设（1），资产的结婚收益  $r_{\Delta t}$  呈正态分布，有：

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp(r_{\Delta t}), \text{ 即: } \ln \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} = r_{\Delta t}。$$

由于 $r_{\Delta t}$ 服从正态分布， $r_{\Delta t} \sim N(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t)$

标准化后，可得：

$$\ln\left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}\right) = \mu\Delta t + z\sigma\sqrt{\Delta t}$$

取期望后可从资产价格的历史数据估计均值（期望收益） $\mu$ 和标准差（波动率） $\sigma$ ：

$$\mu = \frac{E[\ln(S_{t+\Delta t}/S_t)]}{\Delta t}, \quad \sigma^2 = \frac{\text{var}[\ln(S_{t+\Delta t}/S_t)]}{\Delta t}$$

据此可以求得资产价格的瞬时期望收益和瞬时波动率。

由假设（2），资产价格 $S_t$ 满足微分方程：

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dy_t$$

其中 $dy_t$ 满足标准布朗运动： $dy_t = z\sqrt{dt}$ ，

可得离散形式： $\frac{\Delta S_t}{S_t} = \mu\Delta t + \sigma z\sqrt{\Delta t}$ 。

根据伊藤定理（Itô's）及概率积分，可得BS期权定价公式：

认购期权价格： $C = S_0 N(d_1) - S_X e^{-rT} N(d_2)$ 。

$$\text{其中 } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{S_X}\right) + (r + \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{S_X}\right) + (r - \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

由期权价格平价关系，可得认沽期权价格：

$$P = C + S_X e^{-rT} - S_0$$

- **BS 期权价格公式的应用。** 首先可以根据历史波动率**对期权定价**，同时在已知 $S_0, S_X, r, T, C, P$ 之后，可以根据**BS 期权价格公式求得隐含标准差 $\sigma$** 。方法为**二分法或者牛顿迭代法**。根据期权价格的历史波动率及隐含波动率，又能判断未来期权价格走势。

## 期权价格的影响因素

市场价格，行权价格，到期期限，无风险收益率，价格波动，有无分红

图 1 为不同因素的变化对期权价格的影响情况，具体逻辑分析如下：

图表 1: 不同因素的变化对期权价格的影响情况

影响因素	认购期权	认沽期权	备注
市场价格	↑	↓	
行权价格	↓	↑	
到期期限	无	无	若分红，对认购期权↓，对认沽期权↑
无风险收益率	不定	↓	若考虑对整个市场影响，则变化需要重新考虑
波动率	↑	↑	
有无分红	↓	↑	

来源：齐鲁证券研究所

- **证券的市场价格和期权合约的行权价格。**期权的收益直接取决于到期日证券的市场价格和期权合约的行权价格之差。差越大，收益或损失就越大。认购期权的价格是证券市场价格的增函数，是执行价格的减函数。而认沽期权的价格是证券市场价格的减函数，是执行价格的增函数。
- **到期期限。**由于欧式期权是到期日执行的，因此，一般来说，欧式期权的市场价值同到期期限无关。但是，考虑到例外的情况，就是证券的分红。考虑两种期限，一个期限长，一个期限短，期限长的证券会分红，如果证券分红，分红效应引起证券的价格下降。这样对于认购期权，市场价格就会下降，而对于认沽期权，市场价格会上升。因此，对于欧式认购期权，短期期权的市场价值高于长期期权的市场价值。对于认沽期权，长期期权的市场价值高于短期期权的市场价值。
- **无风险收益率。**一般来说，无风险收益率从两方面改变期权的价值：(1) 当无风险收益率以一种良性的原因上升时，证券价格的增长率也会增加。(2) 期权持有者在到期日持有的现金流的现值下降。上述两方面原因都导致认沽期权价值的下降，因此认沽期权是无风险收益率的减函数。但是，对于认购期权，(1) 会导致期权价值的上升，(2) 则会导致价值的下跌。因此，在实际中，无风险收益率的变化对认购期权的影响是上述两种因素博弈的结果。考虑无风险收益率的变化对整个市场产品影响时，比如当无风险收益率增加时，会导致部分投资者转向投资无风险资产或者收益较高的证券，这对期权价值的影响将不同。
- **证券价格的波动性。**在未来时间，如果证券价格的波动性变大，那么证券价格变大的可能性也会变大，对于认购期权来说，其收益将不断增加，而当证券价格下跌时，其损失仅为期权费。当证券价格下跌的可能性变大时，对于认沽期权来说，其收益将不断增加，而当证券价格上涨时，其损失仅为期权费。因此，不管对于认购期权还是认沽期权，证券价格波动都将产生正向作用。
- **期权有效期内证券的分红。**证券的分红影响与到期期限中分析的一样，证券的分红对认沽期权是有利的，而对于认购期权是有弊的。

## 风险提示

本报告只为投资者参考使用，齐鲁证券不对由于依赖本报告中的任何意见或观点而导致的投资损失担任任何损失，投资者在交易过程中应注意风险防范。

#### 重要声明:

本报告仅供齐鲁证券有限公司（以下简称“本公司”）的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。

本报告基于本公司及其研究人员认为可信的公开资料或实地调研资料，反映了作者的研究观点，力求独立、客观和公正，结论不受任何第三方的授意或影响。但本公司及其研究人员对这些信息的准确性和完整性不作任何保证，且本报告中的资料、意见、预测均反映报告初次公开发布时的判断，可能会随时调整。本公司对本报告所含信息可在不发出通知的情形下做出修改，投资者应当自行关注相应的更新或修改。本报告所载的资料、工具、意见、信息及推测只提供给客户作参考之用，不构成任何投资、法律、会计或税务的最终操作建议，本公司不就报告中的内容对最终操作建议做出任何担保。本报告中所指的投资及服务可能不适合个别客户，不构成客户私人咨询建议。

市场有风险，投资需谨慎。在任何情况下，本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。

投资者应注意，在法律允许的情况下，本公司及其本公司的关联机构可能会持有报告中涉及的公司所发行的证券并进行交易，并可能为这些公司正在提供或争取提供投资银行、财务顾问和金融产品等各种金融服务。本公司及其本公司的关联机构或个人可能在本报告公开发布之前已经使用或了解其中的信息。

本报告版权归“齐鲁证券有限公司”所有。未经事先本公司书面授权，任何人不得对本报告进行任何形式的发布、复制。如引用、刊发，需注明出处为“齐鲁证券研究所”，且不得对本报告进行有悖原意的删节或修改。